

材料微波介电常数和磁导率的测量 实验报告

张楚珩 (121120173)
zhangchuheng123@live.com

2015年11月3日

1 引言

隐身技术是通过控制、降低目标的可探测信号特征，使其不易被微波、红外、可见光、声波等各种探测设备发现、跟踪、定位的综合技术。其中，微波隐身（或者雷达波隐身）的研究早在20世纪30年代就开始了。现在已经发展成集形状隐身、材料隐身等一体的高度复杂的技术，并已经应用到导弹、飞机、舰船、装甲车辆、重要军事设施等许多武器装备上。

雷达隐身技术中，最简单的一种涂覆型隐身技术。它是将吸波材料直接以一定的厚度涂覆在外壳以降低对微波的反射，减小雷达探测截面，提高隐身能力。而材料的微波介电常数和磁导率与吸波性能有关，本实验用开路短路法对其测量。

2 实验目的

1. 了解和掌握微波开路和短路的含义和实现方法；
2. 掌握测量材料微波介电常数和磁导率的原理和方法；
3. 了解微波测试系统元部件的作用。

3 实验原理

3.1 实验原理推导

对于涂覆在金属平板（假定为理想导体，下同）表面的单层吸波材料，空气与涂层界面处的输入阻抗为

$$Z = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_\gamma}{\epsilon_\gamma}} \tanh(\gamma d) \quad (1)$$

其中， $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377\Omega$ 是自由空间波阻抗， γ 是电磁波在涂层中的传播常数， d 是吸波涂层厚度， μ_γ ， ϵ_γ 分别为涂层的相对磁导率和相对介电常数。

当电磁波由空气向涂层垂直入射时，在界面上的反射系数为

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad (2)$$

以分贝（dB）表示的功率反射率为：

$$R = 20 \lg |\Gamma| \quad (3)$$

对多层涂覆，电磁波垂直入射到第n层时，其输入阻抗为：

$$Z_n = \eta_n \frac{Z_{n-1} + \eta_n \operatorname{th}(\gamma_n d_n)}{n_0 + Z_{n-1} \operatorname{th}(\gamma_n d_n)} \quad (4)$$

其中， $\eta = \sqrt{(\mu'_n - j\mu''_n)/(\epsilon'_n - j\epsilon''_n)}$ 是第n层的特性阻抗， $\gamma_n = j\frac{\omega}{c} \sqrt{(\mu'_n - j\mu''_n)/(\epsilon'_n - j\epsilon''_n)}$ 是第n层的传播常数， d_n 为第n层的厚度， Z_{n-1} 为第n-1层入射面的输入阻抗。

理想导体平板的输入阻抗为0，最外层的输入阻抗可以通过迭代法得出，从而由公式得到反射率。

由此可见，无论是单层涂覆还是多层涂覆，测出各层材料的复介电常数 ϵ_r 和复磁导率 μ_r 及其与频率的关系式设计隐身涂层的关键。

网络分析仪今年已较多地应用于测量材料微波段的 μ_r ， ϵ_r ，但其价格较高。我们在此介绍一种基于测量线的波导测量装置，用其测出开路、短路二点阻抗，推算出 μ_r 和 ϵ_r 。如图1所示为该装置的示意图。

在微波测量中，是通过驻波的测量来得到阻抗，如图1所示的测量装置可以用如图2所示的传输线模型进行分析。

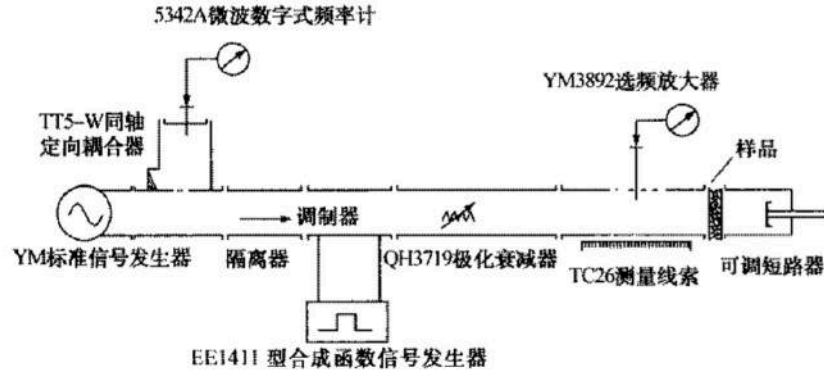


图 1：一种基于测量线的波导测量装置

以 $e^{\gamma z}$ 表示入射波， $e^{-\gamma z}$ 表示反射波， $\gamma = \alpha + j\beta$ 为传播常数，入射波电压振幅与电流振幅之比为 $+Z_C$ ，反射波此比值为 $-Z_C$ ，坐标为 z 点的电压复振幅与电流复振幅之比称为该点的输入阻抗，简称该点的阻抗 $Z(z)$ ，即：

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_C \frac{e^{\gamma z} + \Gamma_L e^{-\gamma z}}{e^{\gamma z} - \Gamma_L e^{-\gamma z}} = Z_C \frac{Z_L + Z_C \operatorname{th} \gamma z}{Z_C + Z_L \operatorname{th} \gamma z} \quad (5)$$

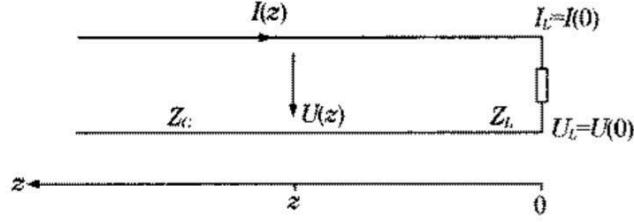


图 2: 传输线模型

其中, Γ_L 是负载上的电压反射系数, 可以推得:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = |\Gamma_L|e^{i\phi_L} \quad (6)$$

坐标为 z 点的电压反射系数为:

$$\Gamma(z) = |\Gamma_L|e^{j\phi(z)} \quad (7)$$

其中, $|\Gamma_L|e^{-2\alpha z}$, $\phi(z) = \phi_L - 2\beta z$ 。

由此有

$$Z(z) = Z_C \frac{1 + \Gamma_L(z)}{1 - \Gamma_L(z)} \quad (8)$$

当线上有两点 z_1 和 z_2 , $z_1 - z_2 = l$, 两点阻抗分别为 Z_1, Z_2 , 则

$$Z(z) = Z_C \frac{Z_1 + Z_C \operatorname{th}\gamma l}{Z_2 + Z_C \operatorname{th}\gamma l} \quad (9)$$

定义驻波最大点与最小点电压之比为电压驻波比:

$$\rho = \frac{e^{\gamma z_{max}}}{e^{\gamma z_{min}}} \cdot \frac{1 + |\Gamma(z_{max})|}{1 + |\Gamma(z_{min})|} \quad (10)$$

终端短路时, 样品输入端面向终端的等效电阻为

$$Z_{1短} = Z_{C介质} \operatorname{th}\gamma l_{介质} \quad (11)$$

当终端如图3所示, 接上四分之一波导波长长度的短路线的时候, 从B端向右看B处的阻抗为

$$Z_B = Z_C \frac{Z_L + jZ_C \tan(k_g \lambda_g / 4)}{Z_C + jZ_L \tan(k_g \lambda_g / 4)} \quad (12)$$

此时, $Z_L = 0$, $k_g = \frac{2\pi}{\lambda_g}$, 因此 $Z_B = Z_C \tan \frac{\pi}{2} \rightarrow \infty$, B端等效开路。于是可知, 样品输入端面向终端的等效阻抗为:

$$Z_{1开} = Z_{C介质} \operatorname{cth}\gamma l \quad (13)$$

(11.3-11)

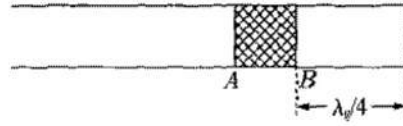


图 3: 终端接入短路线示意图

同时, 在距离样品输入端面D的驻波点处阻抗是

$$Z(D) = Z_C \frac{Z_L + jZ_C \tan(k_g D)}{Z_C + jZ_L \tan(k_g D)} \quad (14)$$

由此得,

$$Z(D) = Z_C \frac{1 - j \frac{Z_C}{Z(D)} \tan(k_g D)}{\frac{Z_C}{Z(D)} - j \tan(k_g D)} \quad (15)$$

有

$$Z_1 = Z_C \frac{1 - j \frac{Z_C}{Z(D)} \tan(k_g D)}{\frac{Z_C}{Z(D)} - j \tan(k_g D)} \quad (16)$$

有

$$\frac{Z_C}{Z(D)} = \frac{1 - \Gamma(D)}{1 + \Gamma(D)} = \frac{1 - |\Gamma| e^{j\phi}}{1 + |\Gamma| e^{j\phi}} \quad (17)$$

可得

$$\frac{Z_1}{Z_C} = \frac{1 - j\rho \tan(k_g D)}{\rho - j \tan(k_g D)} \quad (18)$$

由此可见, 一旦求出了驻波比即可求出 $\frac{Z_1}{Z_C}$ 。

对于柱状波导中的TE波, $Z_C = j \frac{\omega \mu}{\gamma}$, 因此介质波导的 $Z_{C\text{介质}} = j \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{\gamma}$, 空气波导的 $Z_C \approx \frac{\omega \mu_0}{k_g}$, 因此

$$\mu_r = -j \frac{\lambda_g}{2\pi} \gamma \frac{Z_{C\text{介质}}}{Z_C} \quad (19)$$

同时有

$$\frac{Z_{C\text{介质}}}{Z_C} = \sqrt{\frac{Z_{1\text{短}}}{Z_C} \cdot \frac{Z_{1\text{开}}}{Z_C}} \quad (20)$$

$$\gamma = \frac{1}{l_{\text{介质}}} \text{arc tanh} \sqrt{\frac{Z_{1\text{短}}}{Z_C} / \frac{Z_{1\text{开}}}{Z_C}} \quad (21)$$

根据介质波导中的关系 $k_c^2 = k_0^2 \mu_r \epsilon_r + \gamma^2$ 可得

$$\epsilon_r = \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right)^2 \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda_C}\right)^2 - \gamma^2}{\mu_r} \quad (22)$$

3.2 实验计算公式总结

实验需要测得不同频率微波下材料的 μ_r 和 ϵ_r 的值，它们的计算公式分别为

$$\begin{cases} \mu_r = -j \frac{\lambda_g}{2\pi} \gamma \frac{Z_{C\text{介质}}}{Z_C} \\ \epsilon_r = \left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right)^2 \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda_C}\right)^2 - \gamma^2}{\mu_r} \end{cases} \quad (23)$$

其中， λ_g 可以由实验测得； $l_{\text{介质}}$ 为介质板的厚度，实验中可以直接测得； λ_0 为自由空间波长，可以由频率算得； γ 和 $\frac{Z_{C\text{介质}}}{Z_C}$ 可由下列公式算出； $\frac{Z_{1\text{短}}}{Z_C}$ 和 $\frac{Z_{1\text{开}}}{Z_C}$ 可以通过下列计算公式算出。

$$\begin{cases} \frac{Z_1}{Z_C} = \frac{1 - j\rho \tan(k_g D)}{\rho - j \tan(k_g D)} \\ \gamma = \frac{1}{l_{\text{介质}}} \operatorname{arc} \tanh \sqrt{\frac{Z_{1\text{短}}}{Z_C} / \frac{Z_{1\text{开}}}{Z_C}} \\ \frac{Z_{C\text{介质}}}{Z_C} = \sqrt{\frac{Z_{1\text{短}}}{Z_C} \cdot \frac{Z_{1\text{开}}}{Z_C}} \end{cases} \quad (24)$$

其中，驻波比 ρ 可以由实验算出， $k_g = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ ， λ_g 为波导管中微波的波长，可以实验测得。

4 实验过程

4.1 实验仪器

测试系统如图4，使用微波源的等幅波，外调制用1kHz的方波，以提高稳定性和测量精度。

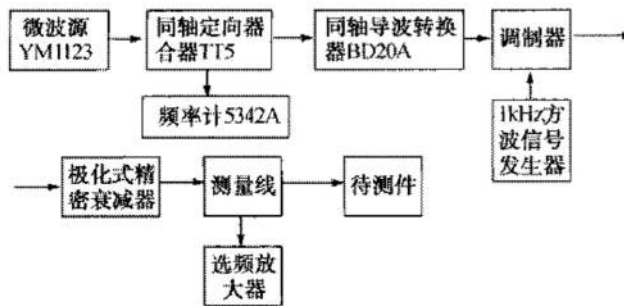


图 4：试验系统示意框图

4.2 实验内容

1. 调节微波测试系统，选择好工作频率，测试系统处于稳定可靠的工作状态（计划衰减器置于0.5dB）。
2. 测量待测材料厚度和波导板的厚度（用螺旋测微器，多点平均法）。
3. 参考点位置的测量，测量线终端短路，用等指示法测得终端短路时最小点的位置作为参考点d。测量波导波长，与频率计测得频率计算出波导波长比较误差。
4. 短路测量材料参数。将材料片和短路板接入测量线的输出端，用等指示法测得最小点的位置和最小点的耦合电压放大值，用精密衰减器，用替代法测得电压最大值和最小值之间的替代分贝数。
5. 开路测量材料参数。将可调短路活塞置于 $\frac{\lambda_g}{4}$ 的位置使活塞波导口呈开路状态，与材料片一并接入测量线的终端，与上相同测量开路状态下驻波最小点的位置，最小点位置上耦合电压的放大值及与最大值的替代值。
6. 用测得的数据输入程序计算出 ϵ_r 和 μ_r 。
7. 改变微波频率 f ，得到 ϵ_r 和 μ_r 与频率 f 的关系。

4.3 实验注意事项

1. 先开微波源，在5~10分钟以后等幅微波频率信号才趋向稳定。
2. 调节测量线的耦合输出和放大器的选频放大，在替代过程中放大倍数不变，每改变一个微波频率，测量线必须重新调谐耦合输出。
3. 在开路测量中可调短路活塞的 $\frac{\lambda_g}{4}$ 位置要保持不变。

5 实验结果

实验基本参数的测量值如表1所示。

波导管内径 a	波导管的截止波长 $\lambda_c = 2a$	介质厚度 $l_{\text{介质}}$
2.246cm	4.492cm	0.200cm

表 1: 实验基本参数的测量

实验其他参数的测量与计算如表2所示。其中利用等指示法测得了终端短路时相邻两个极小值点的位置，记录在表“极小值点1”和“极小值点2”中，并且以此算出了波导管中的波长。在开路和短路时分别测出极小和极大值点处的耦合电压放大值和相应的增益，并算出了相应的驻波比。同时在开路和短路时测得极小值点处离阻抗输入端面的距离 D 。最后算出了相应的相对介电常数和相对磁导率。

频率 (GHz)	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00
极小值点1 (mm)	133.00	144.90	138.50	134.84	103.90
极小值点2 (mm)	100.00	120.70	118.64	117.42	118.84
λ_g (mm)	66.00	48.40	39.72	34.84	-29.88
开路极大电压 (mV)	110	976	700	930	380
开路极大增益 (dB)	30	30	20	20	10
开路极小电压 (mV)	185	280	260	330	140
开路极小增益 (dB)	40	30	20	20	10
短路极大电压 (mV)	160	200	100	120	330
短路极大增益 (dB)	30	20	10	10	10
短路极小电压 (mV)	60	90	180	40	500
短路极小增益 (dB)	50	40	30	20	20
开路 D (mm)	96.44	144.80	119.34	119.50	91.06
短路 D (mm)	99.30	120.68	118.56	117.06	73.56
开路驻波比	1.880	3.486	2.692	2.818	2.714
短路驻波比	26.667	22.222	5.556	9.487	2.087
μ_r	-0.157-0.197i	0.178-0.177i	0.443-0.621i	2.873+1.675i	0.914+0.965i
ϵ_r	-2.679-0.631i	0.765-5.059i	1.569-5.123i	0.044-2.960i	3.200+1.844i
$ \mu_r $	0.251	0.251	0.763	3.325	1.329
$ \epsilon_r $	2.752	5.116	5.358	2.961	3.693

表 2: 实验数据与计算表

相应的数据处理MATLAB代码在附录中给出。

做出相对磁导率 μ_r 和相对介电常数 ϵ_r 关于频率的曲线，它们的模长、实部、虚部分别如图5、图6和图7所示。

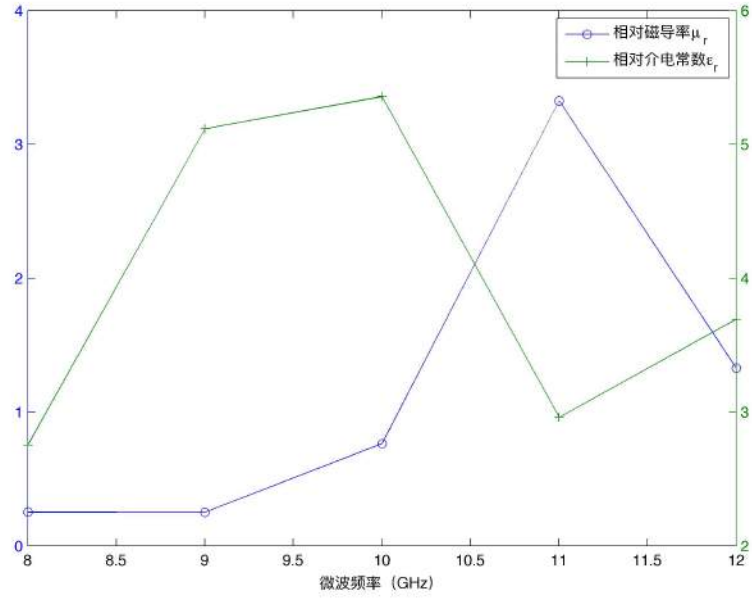


图 5: 相对磁导率 μ_r 和相对介电常数 ϵ_r 的模长-频率 f 曲线

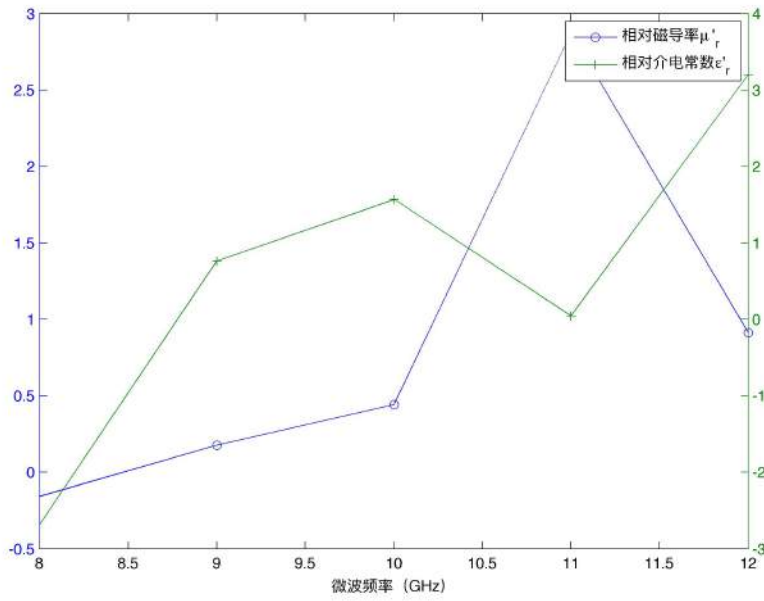


图 6: 相对磁导率 μ_r 和相对介电常数 ϵ_r 的实部-频率 f 曲线

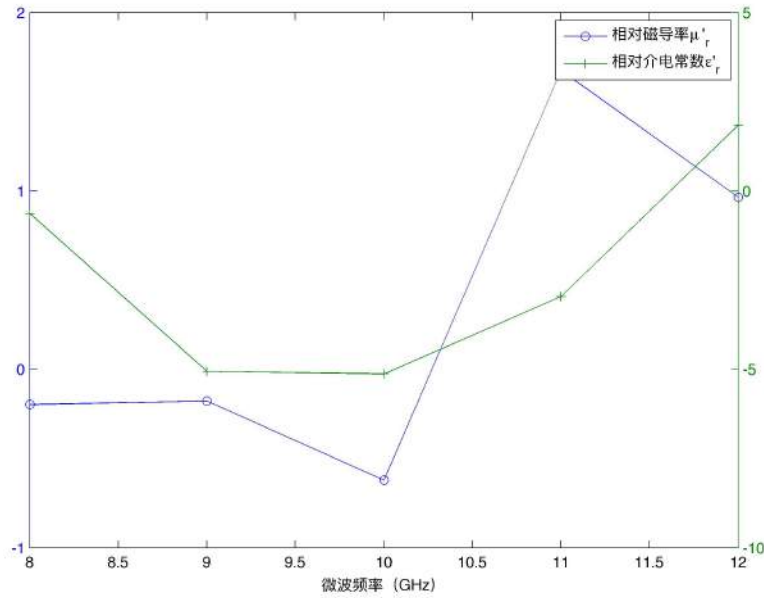


图 7: 相对磁导率 μ_r 和相对介电常数 ϵ_r 的虚部-频率 f 曲线

6 思考题

6.1 本实验测得材料的 ϵ 和 μ 的主要误差来源是什么?

本实验中对于长度的测量均使用螺旋测微器或者游标卡尺, 测量精度均达到 $0.01mm$ 以上, 相对于波长 $\sim 3cm$ 来说, 测量精度较高。

因此本实验的误差应该主要来源于基于测量线的测量装置以及选取极大极小值点时的误差。首先, 实验中通过测量线连接选频放大器测出波导管中的波导强度, 实验中使用的选频放大器的表头如图8所示, 它的精度/量程为 $10mV/1000mV$, 精度和长度测量的精度不匹配, 产生的误差较大。其次, 实验中需要人为选定测量的极小值和极大值点, 然而极小极大值处示数变化缓慢, 给找出准确的极小极大值带来了一定的困难, 从而造成了较大的误差; 通过等示数法或者引入机械测量装置可以减小相应的误差。

6.2 微波吸收材料要提高吸波性能, 对 ϵ 和 μ 有什么要求?

当入射电磁波没有完全被负载吸收的时候, 有一部分波会被反射。当波导中同时存在入射波 E_i 与反射波 E_r 的时候, 它们会发生干涉形成驻波。一般来说我们可以引入反射系数 Γ 和驻波比 ρ 来描述这种反射现象。

其中反射系数定义为

$$\Gamma = E_r/E_i = |\Gamma|e^{i\varphi} \quad (25)$$



图 8: 选频放大器表头

φ 为 E_i 和 E_r 的相位差, 驻波比定义为

$$\rho = |E_{max}|/|E_{min}| \quad (26)$$

当波导终端接的的匹配负载的时候, 没有反射波, 反射系数为零, 驻波比为一, 此时波导内为行波; 当波导终端用金属板短路的时候, 产生全透射, 反射系数为一, 驻波比趋向无穷大, 称为纯驻波; 一般情况下, 负载吸收部分入射波, 产生部分反射波, $0 < |\Gamma| < 1$, $0 < \rho < \infty$, 场分布是一个行波和驻波的叠加, 称为混合波状态。

因此, 理想吸波材料需要做到负载匹配, 是的反射系数为零。

我们以实验中的单层微波吸收材料为例来说明 ϵ 和 μ 需要满足的关系。当电磁波入射到微波吸收材料表面的时候其反射吸收 Γ 可以表示为

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad (27)$$

其中 Z 为涂覆在金属平板表面单层吸波材料在空气-涂层界面处的输入阻抗

$$Z = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_\gamma}{\epsilon_\gamma}} th(\gamma d) \quad (28)$$

$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377\Omega$ 是自由空间波阻抗。

可见, 此时负载匹配条件为 $Z = Z_0$, 因此可以得到 ϵ 和 μ 需要满足的条件为

$$\sqrt{\frac{\mu_\gamma}{\epsilon_\gamma}} th(\gamma d) = 1 \quad (29)$$

应当注意到, γ 为电磁波在涂层中的传播常数, 它也与 ϵ 和 μ 有着一定的关系, 因此上式表示了关于 ϵ 和 μ 的一个复杂关系式。

7 附录

以下为实验数据与相应的计算，所有物理量都以国际单位制（SI）表示。计算公式完全依照实验公式总结一节列出的公式计算。

Listing 1: 实验数据与计算

```
clear, clc, close;
dbstop if error;

a = 2.246e-2;
lambda_c = 2 * a;
l_jiezhi = 0.200e-2;

f = 8e9:1e9:12e9;
c = 299792458;
lambda_0 = c ./ f;
lambda_g1 = [133.0e-3, 144.9e-3, 138.50e-3, 134.84e-3, 103.90e-3];
lambda_g2 = [100.0e-3, 120.7e-3, 118.64e-3, 117.42e-3, 118.84e-3];
lambda_g = (lambda_g1 - lambda_g2) * 2;
k_g = 2 .* pi ./ lambda_g;

open_max_V = [110e-3, 976e-3, 700e-3, 930e-3, 380e-3];
open_max_gain = [30, 30, 20, 20, 10];
open_max_intensity = open_max_V ./ (10 .^ (open_max_gain ./ 20));
open_min_V = [185e-3, 280e-3, 260e-3, 330e-3, 140e-3];
open_min_gain = [40, 30, 20, 20, 10];
open_min_intensity = open_min_V ./ (10 .^ (open_min_gain ./ 20));

open_rho = open_max_intensity ./ open_min_intensity;

open_D = [96.44e-3, 144.80e-3, 119.34e-3, 119.50e-3, 91.06e-3];

open_Z1ZC = (1-1j .* open_rho .* tan(k_g .* open_D)) ...
    ./ (open_rho - 1j .* tan(k_g .* open_D));

close_max_V = [160e-3, 200e-3, 100e-3, 120e-3, 330e-3];
close_max_gain = [30, 20, 10, 10, 10];
close_max_intensity = close_max_V ./ (10 .^ (close_max_gain ./ 20));
close_min_V = [60e-3, 90e-3, 180e-3, 40e-3, 500e-3];
close_min_gain = [50, 40, 30, 20, 20];
close_min_intensity = close_min_V ./ (10 .^ (close_min_gain ./ 20));

close_rho = close_max_intensity ./ close_min_intensity;

close_D = [99.30e-3, 120.68e-3, 118.56e-3, 117.06e-3, 73.56e-3];

close_Z1ZC = (1-1j .* close_rho .* tan(k_g .* close_D)) ...
```

```
./ (close_rho - 1j .* tan(k_g .* close_D));

gamma = (1/l_jiezhi) * atanh( sqrt( close_Z1ZC ./ open_Z1ZC ) );
ZjZC = sqrt(close_Z1ZC .* open_Z1ZC);
mu = - 1j * (lambda_g / (2 * pi)) .* gamma .* ZjZC;
epsilon = (lambda_0 ./ 2 ./ pi).^2 .* ((2 * pi / lambda_c)^2 - gamma.^2) ./ mu;
```
