

# 椭圆偏光法测量薄膜的厚度和折射率 实验报告

张楚珩 (121120173)

2015年6月11日

## 1 引言

椭圆偏振测量法，简称椭圆偏光法，是测量研究介质表面界面或薄膜光学特性的一种重要光学方法。它是将一束偏振光非垂直地投射到被测样品表面，由观察反射光或透射光的偏振状态的变化来推知样品的光学特性，例如薄膜的厚度，材料的复折射率等。这种测量方法的优点是测量精度非常高，而且对于样品是非破坏性的，它可以测量出薄膜厚度约为0.1nm的变化。因此可以用于表面界面的研究，也可用于准单原子层开始的薄膜生长的实时监控。

椭圆偏光法的应用范围广泛，自然界中普遍存在着各种各样的界面和薄膜，人工制备薄膜的种类也越来越多，因此椭圆偏光法应用于物理、化学、表面科学、材料科学、生物科学以及有关光学、微电子、机械、冶金和生物医学等领域中。在材料科学中椭圆偏测量常用来测量各种功能介质薄膜、硅上超薄氧化层以及超薄异质层生长的实时监控、溅射刻蚀过程的实时监控等。

自1945年罗申 (A. Rothen) 描述了用以测量薄膜表面光学性质的椭圆偏仪以来，随着科学技术的迅速发展，椭圆偏光法发展很快，椭圆偏仪的制造水平也不断提高，特别是使用计算机处理复杂繁冗的椭圆偏测量数据后使测量快捷简便了许多。

## 2 实验目的

1. 了解椭圆偏光法的测量原理和实验方法。
2. 熟悉椭圆偏仪器的结构和调试方法。
3. 测量介质薄膜样品的厚度和折射率，以及硅的消光系数和复折射率。

## 3 实验原理

本实验介绍反射型椭圆偏光法。其原理是用一束椭圆偏光照射到薄膜样品上，光在介质膜的交界面发生多次的反射和折射，反射光的偏振和位相将发生变化，这些变化与薄膜的厚度和光学参数（折射率、消光系数等）有关，因此，只要测出反射偏振状态的变化，皆可以推算出膜厚和折射率等。

### 3.1 椭圆偏振方程

如图1所示为均匀、各向同性的薄膜系统，它有两个平行的界面。介质I通常是折射率为 $n_1$ 的空气，介质2是一层厚度为 $d$ 的复折射率为 $n_2$ 的薄膜，均匀地附在复折射率为 $n_3$ 的衬底材料上， $\varphi_1$ 为光的入射角， $\varphi_2$ 和 $\varphi_3$ 分别为薄膜中衬底中的折射角。

光波的电场矢量可以分解为平行于入射面的电场分量（以下简称p分量或者p波）和垂直于入射面的电场分量（以下简称s分量或者s波）。若用 $(I_p)_i$ 和 $(I_s)_i$ 分别表示入射光波的p分量和s分量，用 $(I_p)_r$ 和 $(I_s)_r$ 分别代表各束反射光 $O_p, I_p, II_p, \dots$ 中电矢量的p分量之和以及各束反射光s分量之和。定义反射率 $r$ （又称反射系数）为反射光电矢量的振幅与入射光电矢量的振幅之比。

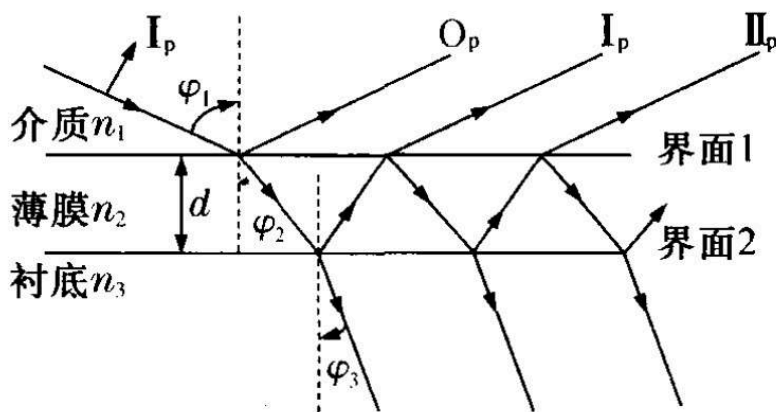


图 1: 薄膜系统的光路示意图

由菲涅尔反射公式，可以分别给出p波、s波的振幅反射率 $r_p, r_s$ ：  
对于空气-薄膜界面I：

$$r_{1p} = \frac{n_2 \cos \varphi_1 - n_1 \cos \varphi_2}{n_2 \cos \varphi_1 + n_1 \cos \varphi_2} \quad (1)$$

$$r_{1s} = \frac{n_1 \cos \varphi_1 - n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi_1 + n_2 \cos \varphi_2} \quad (2)$$

对于薄膜-衬底界面II：

$$r_{2p} = \frac{n_3 \cos \varphi_2 - n_2 \cos \varphi_3}{n_3 \cos \varphi_2 + n_2 \cos \varphi_3} \quad (3)$$

$$r_{2s} = \frac{n_2 \cos \varphi_2 - n_3 \cos \varphi_3}{n_2 \cos \varphi_2 + n_3 \cos \varphi_3} \quad (4)$$

根据折射定律, 有

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 = n_3 \sin \varphi_3 \quad (5)$$

由图1可以算出任意两相邻反射光之间的光程差

$$l = 2n_2 d \cos \varphi_2 \quad (6)$$

由此光程差引起的两相邻反射光之间的相位差为

$$2\delta = \frac{360}{\lambda} l \quad (7)$$

于是得到

$$\delta = \frac{360}{\lambda} d (n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varphi_1)^{1/2} \quad (8)$$

另一方面, 由多束光干涉原理来考察空气-薄膜-衬底作为一个整体的总反射系数, 以 $R_p$ 和 $R_s$ 分别表示这个系统对p波和s波的总反射系数。从图1可以看出, 对p波,  $R_p$ 由 $O_p$ ,  $I_p$ ,  $II_p$ ,  $\dots$ 各级反射光叠加合成。设入射的p波振幅为1。在界面I处, 光线由 $n_1 \rightarrow n_2$ 的反射率记为 $r_{1p}$ , 透射率记为 $t_{1p}$ ; 光线由 $n_2 \rightarrow n_1$ 的反射率记为 $r_{1p}^*$ , 透射率记为 $t_{1p}^*$ 。在界面II处, 光线反射率记为 $r_{2p}$ 。p波各级反射光如下:

$O_p$ 为直接反射光 $r_{1p}$

$I_p$ 反射光为 $r_{2p} t_{1p} t_{1p}^* e^{-2i\delta}$

$II_p$ 为 $r_{2p}^2 t_{1p} t_{1p}^* r_{1p}^* e^{-4i\delta}$

以此类推可以得到p波总反射系数

$$R_p = r_{1p} + r_{2p} t_{1p} t_{1p}^* e^{-2i\delta} + r_{2p}^2 t_{1p} t_{1p}^* r_{1p}^* e^{-4i\delta} + \dots \quad (9)$$

$$= \frac{r_{1p} + r_{2p} e^{-2i\delta}}{1 + r_{1p} r_{2p} e^{-2i\delta}} \quad (10)$$

同理可以得到s波的总反射系数

$$R_s = \frac{r_{1s} + r_{2s} e^{-2i\delta}}{1 + r_{1s} r_{2s} e^{-2i\delta}} \quad (11)$$

又按照定义,  $R_p = \frac{(I_p)_r}{(I_p)_i}$ ,  $R_s = \frac{(I_s)_r}{(I_s)_i}$ 。考虑到一般情况下薄膜 $R_p$ 和 $R_s$ 一般为复数, 其反射系数比有如下形式

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{|R_p| e^{i\Delta p}}{|R_s| e^{i\Delta s}} = \frac{\frac{|(I_p)_r|}{|(I_p)_i|}}{\frac{|(I_s)_r|}{|(I_s)_i|}} e^{i(\Delta p - \Delta s)} = \frac{\frac{|(I_p)_r|}{|(I_s)_r|}}{\frac{|(I_p)_i|}{|(I_s)_i|}} e^{i(\Delta p - \Delta s)} \quad (12)$$

定义

$$\tan\Psi = \frac{\left|\left(\frac{I_p}{I_s}\right)_r\right|}{\left|\left(\frac{I_p}{I_s}\right)_i\right|} \quad (13)$$

$$\Delta = \Delta_p - \Delta_s = (\theta_{pr} - \theta_{pi}) - (\theta_{sr} - \theta_{si}) = (\theta_p - \theta_s)_r - (\theta_p - \theta_s)_i \quad (14)$$

式子中,  $\theta$ 表示振动的相位, 其中下标p, s分别表示p波和s波, r表示反射部分, i表示入射部分。 $\Psi$ ,  $\Delta$ 称为椭偏参数, 由于它们具有角度的量纲, 所以也称为椭偏角。 $\tan\Psi$ 表征了p波和s波经薄膜系统反射后的相对振幅变化,  $\Delta$ 表征其相位差 $(\theta_p - \theta_s)$ 的变化。显然, 它们直接反映出反射前后光的偏振状态的变化。 $\Psi$ 和 $\Delta$ 是可以通过实验测量的量, 将在下面实验方法中介绍。

由上列诸式可以得到

$$\tan\Psi \cdot e^{-i\delta} = \frac{R_p}{R_s} = \frac{r_{1p} + r_{2p}e^{-2i\delta}}{r_{1s} + r_{2s}e^{-2i\delta}} \cdot \frac{1 + r_{1s}r_{2s}e^{-2i\delta}}{1 + r_{1p}r_{2p}e^{-2i\delta}} \quad (15)$$

此式称为椭圆偏振方程。

椭圆偏振方程表明 $\Psi$ 和 $\Delta$ 是薄膜系统光学参数 $n_1, n_2, n_3, \phi, \delta$  (其中包含 $d$ ) 和 $\lambda$ 的复杂函数。椭偏光法测量薄膜的厚度 $d$ 和折射率 $n_2$ 正是利用 $\Psi$ 和 $\Delta$ 来描述经系统反射后光偏振状态的变化, 在某些参数 (如 $n_1, n_3, \phi, \lambda$ ) 确定的情况下, 通过实验测得 $\Psi$ 和 $\Delta$ 后, 来求取另一些参数 (如 $n_2$ 和 $\delta(d)$ )。

然而联立以上方程来求解十分复杂, 需要借助计算机来进行数据处理。一种方法是, 在编制好的专用程序中输入 $n_1, n_3, \phi, \lambda$ , 直接得到 $n_2$ 和 $d$ , 这种方法快捷而且精度高。另一种方法是, 在 $n_1, n_3, \phi, \lambda$ 确定后, 有计算机编制大量的 $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, \delta(d))$ 的数值表, 或绘制成图2所示意的 $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, \delta(d))$ 关系曲线, 曲线是由无数的等 $n$ 线和等 $\delta$ 线交织而成, 这样在实验测得 $(\Psi, \Delta)$ 后, 可以从表中或者图中查出对应点的 $(n_2, \delta(d))$ 数值, 再算出 $d$ 。

### 3.2 椭偏法测量 $\Psi$ 和 $\Delta$ 的实验光路

通常椭偏光法测量椭偏状态参数 $\Psi$ 和 $\Delta$ 有消光法和光度法两种方法, 本实验介绍常用的消光法。消光法测量的实验光路如图3所示, 氦氛激光管射出632.8nm的单色自然光, 经光阑、起偏器、1/4玻片、光阑射到样品上, 样品反射后, 再经过光阑、检偏器后, 到达接收屏或光电转换接收系统。光阑的作用是使入射反射光路准直。

由式(15)可以看出, 为了测量 $\Psi$ 和 $\Delta$ , 需要测量四个量, 即分别测量入射光中两分量的振幅比和相位差以及反射光中两分量的振幅比和相位差。为了简化计算, 设法使入射光椭圆方位角成 $45^\circ$ 倾斜, 即成为等幅椭偏光, 这样

$$\left|\left(\frac{I_p}{I_s}\right)_i\right| = 1 \quad (16)$$

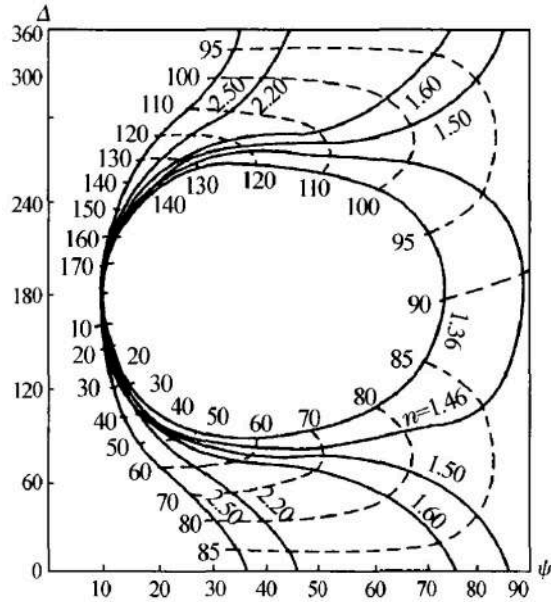


图 2:  $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, \delta(d))$ 关系曲线

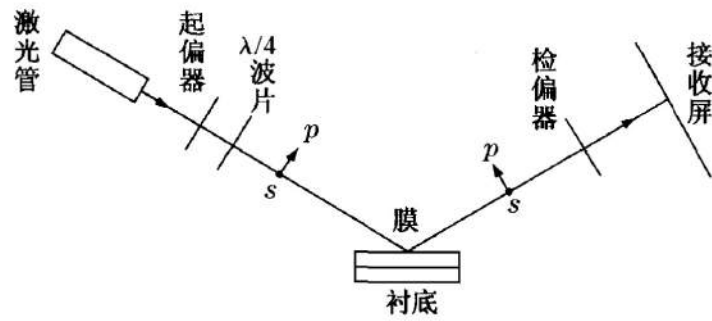


图 3: 消光法测量光路

此时,  $\tan\Psi = |(\frac{I_p}{I_s})_r|$ , 即 $\Psi$ 只与反射光的振幅比有关, 可方便地从检偏器的方位角求出。如果入射光电矢量两分量之间的相位差 $(\theta_p - \theta_s)_i$ 可以连续调节, 那么就有可能使反射光成为线偏振光, 即 $(\theta_p - \theta_s)_r = 0$ 或者 $\pi$ 。这样就只需要测定 $|(\frac{I_p}{I_s})_r|$ 和 $(\theta_p - \theta_s)_i$ 就可以得到 $\Psi$ 和 $\Delta$ 的数值了。

下面详细地说明: 自然光经起偏器变成线偏振光, 改变起偏器的方位角可以改变线偏振光振动方向; 此线偏振光穿过1/4波片后, 由于双折射效应分成两束光, 即o光和e光。对正晶体的1/4波片, o光沿着快轴方向偏振, e光沿着慢轴方向偏振, o光的振动相位超前e光 $90^\circ$ 角; 对负晶体的1/4波片, 情况相反。o光e光合成后的光矢量形成椭圆偏振光, 如图4所示, 此椭圆的长短轴方位角决定于1/4波片快慢轴的方位角, 而椭圆的形状(即椭圆的偏心率)则决定于线偏光的振动方向, 也即决定于起偏器的方位角。再将此椭圆偏振光以一定入射角(本实验为 $70^\circ$ )投射到样品表面, 经过薄膜系统的反射、折射后, 一般仍为椭圆偏振光, 但随着薄膜厚度和折射的不同, 反射光的椭圆方位和椭圆率发生变化, 也即椭圆的偏振状态发生了改变。通过起偏器, 总可以找到某一方位角, 使得反射光成了线偏振状态(椭圆的离心率为零), 这样就可以用检偏消光时的方位角来确定线偏光的振动方向。

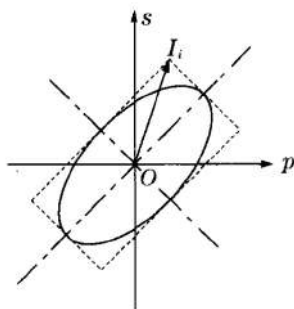


图 4: 椭圆偏振光

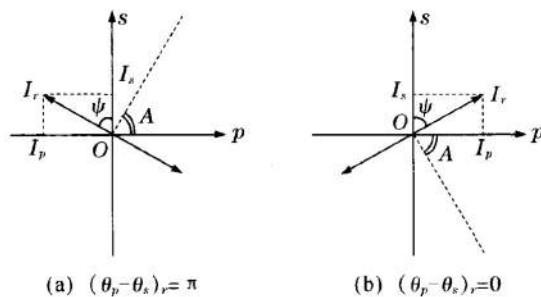


图 5: 消光时偏振光的方向

### 3.3 $\Psi$ 和 $\Delta$ 的测量表达式

由图5可以看出，消光时 $\Psi$ 与检偏器的方位角 $A$ 的关系比较直观，由于消光时样品反射的线偏光的振动方向与检偏器的光轴互相垂直，故

$$\Psi = |A| \quad (17)$$

当 $A$ 在第一象限 ( $A > 0$ )，则反射的线偏光振动方向位于第二、四象限，由图5(a)可知

$$(\theta_p - \theta_s)_r = 180^\circ \quad (18)$$

当 $A$ 在第四象限 ( $A < 0$ )，则反射的线偏光振动方向位于第一、三象限，由图5(b)可知

$$(\theta_p - \theta_s)_r = 0^\circ \quad (19)$$

因此，消光时 $\Delta$ 的表达式可以改写为

$$\Delta = \begin{cases} 180^\circ - (\theta_p - \theta_s)_i & \text{当 } A > 0 \\ -(\theta_p - \theta_s)_i & \text{当 } A < 0 \end{cases} \quad (20)$$

由上式可见， $\Delta$ 只与入射椭圆偏光的p波、s波的相位差 $(\theta_p - \theta_s)_i$ 有关。接下来讨论 $(\theta_p - \theta_s)_i$ 与起偏方位角 $P$ 的关系。

如图6所示，假定投射到1/4波片之前线偏光的振幅为 $I$ ，又假定p轴作为起偏器的零点，由p轴向s轴转动为正角度，向-s轴转动为负角度，再假定1/4波片快轴倾斜 $45^\circ$ 。又1/4波片为负晶体，故e光沿快轴方向偏振。

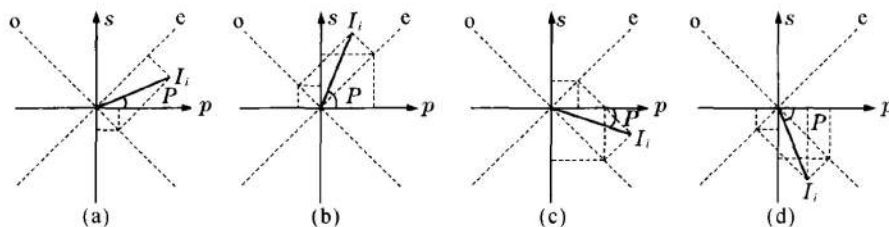


图 6:  $(\theta_p - \theta_s)_i$ 与起偏方位角 $P$ 的关系示意图 (光行进方向垂直于纸面指向读者)

如图6 (a) 所示，当起偏器方位角 $P$ 处于 $0^\circ \sim 45^\circ$ 之间时，经过1/4波片之后

$$\begin{cases} E_o = I \sin(45^\circ - P) \sin \omega t \\ E_e = I \cos(45^\circ - P) \cos \omega t \end{cases} \quad (21)$$

变成 $p - s$ 坐标系

$$\begin{cases} E_p = \frac{\sqrt{2}}{2}(E_e + E_o) = \frac{\sqrt{2}}{2}I\cos(\omega t - 45^\circ + P) \\ E_s = \frac{\sqrt{2}}{2}(E_e - E_o) = \frac{\sqrt{2}}{2}I\cos(\omega t + 45^\circ - P) \end{cases} \quad (22)$$

可见 $(\theta_p - \theta_s)_i = 2P - 90^\circ$ 。

同理，可以依次求得图6 (b) (c) 和 (d) 图中情形下，也有 $(\theta_p - \theta_s)_i = 2P - 90^\circ$ 。

因此可以推得，无论起偏器方位角 $P$ 位于第一象限还是第四象限，经过1/4波片后的入射椭偏光的p波和s波的位相差总有

$$(\theta_p - \theta_s)_i = 2P - 90^\circ \quad (23)$$

于是可以得到

$$\Delta = \begin{cases} 270^\circ - 2P & \text{当 } A > 0 \\ 90^\circ - 2P & \text{当 } A < 0 \end{cases} \quad (24)$$

$$\Psi = |A| \quad (25)$$

以上两个关系式就是消光法椭偏测量中， $\Psi, \Delta$ 与起偏器方位角 $P$ 、检偏器方位角 $A$ 之间的关系式。若1/4波片快轴倾斜 $-45^\circ$ ，同样地可以得出另外两组 $\Psi, \Delta$ 表达式，通常测量两组或者四组 $\Psi, \Delta$ ，取其平均值进行计算以减小测量误差。

### 3.4 复折射率的测量计算

通常介质总会存在光吸收效应，它的折射率为复数 $\hat{n}$ ， $\hat{n} = n - ik$ ，其中 $n$ 是实折射率， $k$ 是消光系数。复折射率的表达式推导如下：

假设我们要测量的介质是前面薄膜系统中的单层衬底，上面没有另一种薄膜。因 $d = 0$ ，则 $\delta = 0$ ；又有 $n_2 = n_3 = n$ ， $\phi_2 = \phi_3$ ， $n_1 = 1$ ， $r_{2p} = r_{2s} = 0$ ，则有

$$\tan\Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{n\cos\phi_1 - \cos\phi_3}{n\cos\phi_1 + \cos\phi_3} \cdot \frac{\cos\phi_1 + n\cos\phi_3}{\cos\phi_1 - n\cos\phi_3} \quad (26)$$

经过变换整理和化简过，可以得到方程

$$\begin{cases} n^2 = k^2 + \sin^2\phi_1 \left[ 1 + \frac{\tan^2\phi_1(\cos^2 2\Psi - \sin^2 2\Psi \sin\Delta)}{(1 + \sin 2\Psi \cos\Delta)^2} \right] \\ k = \frac{\sin^2\phi_1 \tan^2\phi_1 \sin 4\Psi \sin\Delta}{2n(1 + \sin^2 2\Psi \cos\Delta)^2} \end{cases} \quad (27)$$

将测量的 $\Psi, \Delta$ 值带入上面式子，解方程组，就可以得出该介质的 $n$ 和 $k$ 。



## 4 实验仪器

椭圆偏振仪有多种型号。随着科学技术的快速发展，椭偏仪的光路调节和测量数据的处理越来越完善、快捷。这里介绍常用的手动型椭圆偏振测厚仪（TP-77型）和自动型椭圆偏振测厚仪（SGC-2型）。

手动型椭偏仪的主要部件如图7所示。仪器采用632.8nm波长的氦氖激光器作为单色光源，入射角和反射角均可在 $90^\circ$ 内自由调节，样品台可以绕纵轴转动，其高度和水平可以调节。检偏器旁边有一个观察窗，窗下的旋钮可以用以改变检偏器出射的光或者射向观察窗或者射向光电倍增管。为了保护光电倍增管，该旋钮的位置应该经常放在观察窗位置。

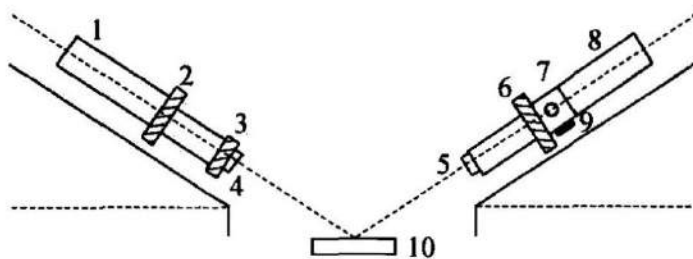


图 7: TP-77手动椭偏测厚仪的主要部件

1. He-Ne激光器； 2. 起偏器； 3.  $1/4$ 波片； 4. 5. 光阑； 6. 检偏器； 7. 观察窗； 8. 光电倍增管； 9. 光路转换旋钮； 10. 样品台

图8是SGC-2型自动椭偏仪的照片。该仪器的自动化程度很高，光路调试完毕后只要装上待测样品，点击计算机上相应的菜单，输入相应的参数，即可自动完成起偏器、检偏器的调节，找出消光点，并直接给出待测样品的 $d$ 以及 $n_2$ 的值。该仪器也有绘制出 $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, d)$ 曲线和制作 $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, d)$ 表格的功能。测出 $\Psi, \Delta$ 值后，可以再曲线上或者表中查出对应的最佳的 $n_2$ 和 $d$ 值。仪器还适用于测量厚度超过一个周期以上的薄膜样品。测量方法是利用“双角度”功能，设置好二测测量的角度，点击菜单，就可以得出样品的周期数以及样品的总厚度值。对于厚度超过一个周期的薄膜，相对应的光程差引起的相位差 $2\delta$ 超过了一个周期 $360^\circ$ ，这时所得到的 $\delta$ 数据应该加上对应的周期数，再计算 $d$ 值。

## 5 实验内容与注意事项

### 5.1 实验内容

1. 打开自动椭偏仪与控制计算机的电源。
2. 打开自动椭偏仪的控制与计算软件。
3. 在测量条件及结果中调节参数设置。在“光源”中设置为氦氖激光器，其波长为632.8nm，并且选择相应的入射角度。在本次实验中，入射角度分别选择为 $60^\circ$ ， $65^\circ$ 和 $70^\circ$ 。

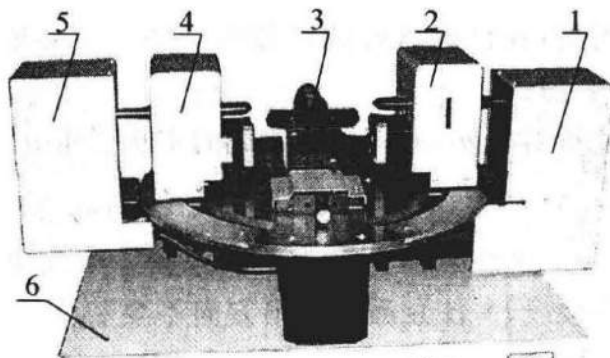


图 8: SGC-2型自动椭圆偏测厚仪的主要部件

1. He-Ne激光源； 2. 起偏组件； 3. 样品台； 4. 检偏组件； 5. 光电倍增管； 6. 电子及通讯部分：采集光强以及对应的角度值并传送到计算机，再接收计算机发出的指令逐步靠近消光点

在“衬底”中选择“硅衬底”，其复折射率为 $3.85 - 0.02i$ 。设置环境折射率为1。

4. 找到“设置”菜单，选择“1. 快速”，确认后，点击“开始”以开始测量。
5. 待仪器自动测量完成，软件中将会显示该实验条件下测得的参数 $P$ 和 $A$ ，点击“快速”则可以得到程序自动计算出的薄膜折射率 $n$ ，薄膜基厚度 $d_0$ 以及厚度周期 $D$ 。记录下相应数据。
6. 点击“设置”菜单，选择“2. 绘图”，分别在折射率模式和厚度模式下，调整折射率与厚度的范围与步长，找到所绘制曲线与测得 $(P, A)$ 点的交点，以确定相应的薄膜折射率 $n$ 与薄膜基厚度 $d_0$ 。记录下相应数据。（更详细的说明见思考题中的讨论）
7. 点击“设置”菜单，选择“3. 建表”，此时计算机绘制出测得数据附近的 $(P, A)$ ， $(\Psi, \Delta)$ 以及 $(n, d)$ 的对应值，并且记下计算机给出的 $(n, d)$ 建议值。

## 5.2 注意事项

1. 光路调节要轻缓小心。要注意避免激光损伤眼睛。激光电源的电压高，更换激光管时，应先关断电源，去掉电源接线，并注意激光输出方向不要装反。一般氦氖激光管点亮后需要稳定半小时，再进行测量。
2. 对于SGC-2自动椭圆偏仪，在实验前仪器光路要调试好，并用已知片进行检查。注意 $1/4$ 波片一般情况下不允许转动，以免造成测量误差。另外要注意不要让光源游标和接收游标同时停在 $90^\circ$ 位置，一面开机后激光长时间直接射入接收光阑对于接收装置造成损坏；在非测量的情况下样品台上不要放样品，以免反射光长时间射入接收光阑损坏接收装置。

3. 样品表面避免玷污。汗渍、油脂、灰尘都会改变表面性质，因此样品测量前最好用乙醇棉球擦干净。测量中有时看到两个反射光点，调节起偏器和检偏器，亮度明暗变化大的点为主光点，副光点可以不管，但是不要进入光电倍增管。

## 6 实验结果

与本次实验相关的参数如表1所示。

氦氖激光器波长	$\lambda = 632.8nm$
硅衬底的复折射率	$n_{Si} = 3.85 - 0.02i$
环境折射率	$n_0 = 1$

表 1: 实验相关参数

分别选定入射角 $\theta$ 为 $60^\circ$ ， $65^\circ$ 和 $70^\circ$ 。

		$\theta = 60^\circ$	$\theta = 65^\circ$	$\theta = 70^\circ$
测得实验数据	$P$	$12.075^\circ$	$4.800^\circ$	$176.063^\circ$
	$A$	$45.337^\circ$	$49.875^\circ$	$54.750^\circ$
	$\Delta^*$	$245.85^\circ$	$260.4^\circ$	$277.874^\circ$
	$\Psi^*$	$45.337^\circ$	$49.875^\circ$	$54.750^\circ$
快速法	$n$	1.470	1.467	1.464
	$d_0$	163.00nm	163.60nm	164.10nm
	$D$	255.37nm	274.28nm	281.84nm
作图法	$n$	1.470	1.467	1.464
	$d$	163.00nm	163.70nm	164.10
查表法	$P$	$12.07^\circ$	$4.80^\circ$	$176.06^\circ$
	$A^{**}$	$45.337^\circ$	$49.875^\circ$	$54.750^\circ$
	$\Delta$	$245.862^\circ$	$260.442^\circ$	$277.861^\circ$
	$\Psi$	$45.318^\circ$	$49.832^\circ$	$54.757^\circ$
	$n^{**}$	1.470	1.467	1.464
	$d_0$	163.00nm	163.60nm	164.10nm

表 2: 实验测得数据

\*计算所得 \*\*为表述清晰，也将其列出

## 7 误差分析

1. 本实验采用消光法测量，而在 $(P, A)$ 所对应的区间内，还存在多个光强的极小值点，若找到的并不是消光点，而是极小值点，则会对实验造成较大的误差；

2. 本实验假设了待测的介质薄膜是均一的，但是在实际过程中，薄膜可能制作的并不完美，其表面状态（样品表面的洁净度与损伤程度）、膜层的非均匀性、吸收状态等都对最后的测量结果有较大的影响。
3. 本实验假设了薄膜样品为单层膜结构，但是对于大多是待测的样品（特别是可见光范围内透明度不高的样品），可见光波段和近红外波段的光波对于材料的趋肤深度并不是很深，这可能导致测得的结果并不精确。（系统误差）
4. 从 $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, \delta(d))$ 的关系曲线中可以看出，在一定的 $(n_2, d)$ 的测量范围内， $(n_2, d)$ 与 $(\Psi, \Delta)$ 确实是一一对应的关系。但是我们同时还可以看到，关系曲线中，在参量趋向于测量范围的边界的时候，曲线较为密集。因此当测得这样的一些参数的时候，一些消光角测量中小的偶然误差将会带来较大的测量值变化，从而导致较大的实验误差。由此可以看出，我们应该控制我们测量的折射率应该落在此系统的测量区间的中央位置，如果超出了测量范围，可以考虑更换测量环境（选用折射率较高的液体）或者选用其他波长的测量光。（系统误差）

## 8 思考题

- 8.1 椭偏参数 $\Psi$ ， $\Delta$ 的物理含义是什么？消光时它们与起偏器、检偏器方位角 $P$ ， $A$ 之间有什么关系？

椭偏参数 $\Psi$ ， $\Delta$ 通过以下公式定义

$$\tan \Psi = \frac{\left| \left( \frac{I_p}{I_s} \right)_r \right|}{\left| \left( \frac{I_p}{I_s} \right)_i \right|} \quad (28)$$

$$\Delta = \Delta_p - \Delta_s = (\theta_{pr} - \theta_{pi}) - (\theta_{sr} - \theta_{si}) = (\theta_p - \theta_s)_r - (\theta_p - \theta_s)_i \quad (29)$$

$\Psi$ ， $\Delta$ 称为椭偏参数，由于它们具有角度的量纲，所以也称为椭偏角。 $\tan \Psi$ 表征了p波和s波经薄膜系统反射后的相对振幅变化， $\Delta$ 表征其相位差 $(\theta_p - \theta_s)$ 的变化。它们直接反映出反射前后光的偏振状态的变化。

在环境折射率 $n_1$ 和衬底折射率 $n_3$ 已经确定的时候， $r_{1p}$ 、 $r_{1s}$ 、 $r_{2p}$ 、 $r_{2s}$ 仅仅与待测薄膜折射率 $n_2$ 有一定的函数关系， $\delta$ 与 $n_2$ 和 $d_0$ 有关。因此从定义式中可以看出，椭偏参数与待测薄膜的折射率以及基厚度具有函数关系 $(\Psi, \Delta) \sim (n_2, d_0)$ 。

在实验测量上面，有消光时起偏器、检偏器方位角 $P$ 和 $A$ ， $\Psi$ 和 $\Delta$ 与它们有下述关系

$$\Delta = \begin{cases} 270^\circ - 2P & \text{当 } A > 0 \\ 90^\circ - 2P & \text{当 } A < 0 \end{cases} \quad (30)$$

$$\Psi = |A| \quad (31)$$

这样，就可以通过测量消光时起偏器、检偏器方位角 $P$ 和 $A$ 来确定待测薄膜的折射率以及基厚度 $n_2$ 和 $d_0$ 了。

8.2 椭偏测量中，若被测薄膜厚度超过一个周期，试提出确定周期数的其他方法。若测量出的周期数为 $N$ ，写出薄膜总厚度的表达式。计算 $SiO_2$ 薄膜刚好为一个周期时的厚度。

### 8.2.1 测出周期数的方法

椭圆参量与 $\delta$ 有关，而 $\delta$ 与膜厚有关，它们的关系如下

$$2n\pi + \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varphi_1)^{1/2} \quad (32)$$

则在确定的环境折射率、入射角度以及测得的折射率下，可以得到厚度周期 $D$ 的表达式

$$D = \frac{\lambda}{(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \varphi_1)^{1/2}} \quad (33)$$

由于厚度周期 $D$ 在不同入射角度下的数值不同，因此教材中给出了双角度法测量周期数，即在两个不同角度下测定薄膜的厚度，得到相应的基厚度和厚度周期 $d_{0,1}$ ,  $D_1$ ,  $d_{0,2}$ ,  $D_2$ ，这样通过解方程可以解出相应的真实膜厚以及膜厚周期数

$$\begin{cases} d = md_{0,1} + D_1 \\ d = md_{0,2} + D_2 \end{cases} \quad (34)$$

利用类似的思路，我们可以采用更换环境折射率或者波长来达到同样的效果。我们可以在不同的已知环境折射率介质中（比如，将装置浸没在不同的折射率液体中进行测量），测量两次，得到相应的基厚度和厚度周期 $d_{0,1}$ ,  $D_1$ ,  $d_{0,2}$ ,  $D_2$ 。或者我们可以改变不同的已知光波长的激光进行测量，测量两次得到相应的基厚度和厚度周期 $d_{0,1}$ ,  $D_1$ ,  $d_{0,2}$ ,  $D_2$ 。

### 8.2.2 薄膜总厚度的表达式

薄膜总厚度可以表示成为

$$d = Nd_1 + D \quad (35)$$

其中 $N$ 为测量出的周期数。

对于 $\text{SiO}_2$ 薄膜来说, 取它的折射率为 $n_2 = 1.467$ , 取环境折射率为 $n_1 = 1$ , 波长 $\lambda = 632.8\text{nm}$ , 在实验中的三组 $\varphi_1$ 值下, 它的膜厚周期分别为

$$\begin{cases} D = 534.42\text{nm} & (\varphi_1 = 60^\circ) \\ D = 548.56\text{nm} & (\varphi_1 = 65^\circ) \\ D = 561.73\text{nm} & (\varphi_1 = 67^\circ) \end{cases} \quad (36)$$

### 8.3 用自动椭偏仪测量薄膜时, 总结作图查表法的实验步骤。

使用自动椭偏仪测量的时候, 先利用软件让仪器进行测量, 测量出消光时的 $P$ 和 $A$ 的值。再利用作图或者查表的方法来求出折射率以及厚度。

#### 8.3.1 作图法

点击“设置”菜单, 选择“2. 绘图”, 分别在折射率模式和厚度模式下, 调整折射率与厚度的范围与步长, 找到所绘制曲线与测得 $(P, A)$ 点的交点, 以确定相应的薄膜折射率 $n$ 与薄膜基厚度 $d_0$ 。记录下相应数据。

作图法找到厚度和折射率值的时候应该分为粗调与精调两个阶段。

在粗调阶段, 另一个参数的范围应该选择的尽可能宽一点(如果在折射率模式下, 就讲厚度范围调宽一点; 如果是在厚度模式下, 就将折射率范围调宽一点), 这样更便于观察。同时在粗调阶段, 需要求的这个参数最开始范围也应该调整的宽一些, 同时步长需要调整的大一些。通过在粗调阶段的作图, 确定参数究竟在那个小的范围之后, 在缩小范围以及步长, 同时增大作图的放大倍数, 进行细调。

在细调阶段, 范围与步长都较小, 然后观察在哪一个数值附近, 画出的曲线离测得的数据点更近, 就将这个时候对应的参数值记下, 作为作图法得到的参数值。

#### 8.3.2 查表法

点击“设置”菜单, 选择“3. 建表”, 此时计算机绘制出测得数据附近的 $(P, A)$ ,  $(\Psi, \Delta)$ 以及 $(n, d)$ 的对应值, 并且记下计算机给出的 $(n, d)$ 建议值作为查表法得到的参数值。查表法中, 相关的算法已经写入程序中, 这里不进行赘述。

### 8.4 试分析本实验测量中系统误差的来源。

见实验报告中“误差分析”中的相关说明。

## 参考文献

- [1] 陈篮, 周岩. 膜厚度测量的椭偏仪法原理分析[J]. 大学物理实验, 1999, (3):10-13.